A ciência de eliminar falsos primos

Damer Tufaile

Engenheiro Civil pela Escola de Engenharia da Universidade Mackenzie

Resumo

A partir da matriz estabelecida pelo matemático Emanuel Bettencourt torna-se possível desenvolver uma metodologia que permite a eliminação parcial de falsos primos de séries numéricas utilizadas em algoritmos para testar a primalidade ou decomposição de números inteiros.

Introdução

Ao final do artigo "Goldbach: A conjectura que virou corolário"(1) fizemos no item 12 "*Desdobramento do presente artigo*" alusão ao artigo elaborado pelo matemático **Emanuel Bettencourt (2)** ocasião em que citamos uma matriz por ele criada através da qual foi possível eliminar os falsos primos múltiplos de 3. Lá afirmamos que a eliminação de falsos primos seria crucial para diminuir a lentidão nos cálculos quando se utiliza a série numérica 1, 3, 7, 9,11........$C^{1/2}$ onde C é uma constante igual ao produto de dois números inteiros desconhecidos x e z. A equação C=x*z (**função hiperbólica usada nos cálculos do algoritmo hiperbólico**) permite através de **tentativas**, variando x, obter o valor de z inteiro. Então ao eliminarmos falsos primos estaremos diminuindo a quantidade de verificações e consequentemente a lentidão nos cálculos. No que se segue partiu-se do princípio que o leitor já esteja familiarizado com nosso texto precedente (Goldbach: A conjectura que virou corolário" versando sobre a conjectura de Goldbach).
Cabe observar, de um modo geral, que gerar números primos é tarefa relativamente mais fácil quando comparada com a de testar a primalidade de um número inteiro, particularmente quando o número possui grande quantidade de dígitos. O matemático **Guedes (3)**, por exemplo, em sua obra "*Fórmulas para números primos*' aborda em profundidade a questão relacionada com a geração de números primos e mostra a existência de variadas formas para produzi-los". Também há numerosos algoritmos criados para testar a primalidade ou executar a decomposição de números inteiros; uns mais outros menos eficientes e de modo geral esbarram na questão da **lentidão** à medida que a quantidade de dígitos do número a ser testado aumenta. A **finalidade** deste artigo é de mostrar que existe a possibilidade de eliminar parcialmente os chamados **falsos primos** que há na série numérica 3, 7, 9, 11, 13, 17,... $C^{1/2}$ cujos elementos são normalmente utilizados como valores da variável x, na **função hiperbólica** aqui utilizada como **algoritmo**, de modo a, através de **sucessivas tentativas** de cálculo, obter o valor da variável z que seja inteiro.

1 Matriz de Bettencourt

Recapitulando, abaixo reproduzimos o trecho inicial da matriz de Bettencourt **(2)** que permite vislumbrar a existência de um importante campo de pesquisas relacionadas à **Teoria dos Números**. Nessa matriz, apresentada na tabela 1, a primeira coluna é formada pelos números de 1 a 6. A segunda coluna inicia-se com 7 e termina com 12 e assim por diante indefinidamente. Repare que a 1ª e 5ª linhas contem conjuntos de números ímpares. Entre esses, assinalados em **negrito**, estão os **primos** (número que é divisível somente por ele mesmo e pôr um) destes grupamentos. Os demais números, chamados de **falsos primos**, correspondem aos produtos de 2 ou mais primos. Por exemplo, o número 91 representa o produto de 7*13. As demais linhas são constituídas de números pares múltiplos de 2 ou de números impares múltiplos de 3 e que, portanto, podem ser excluídas por não conter, exceto os primos 2 e 3, quaisquer números primos.

1	**7**	***13***	***19***	25	***31***	***37***	**43**	49	55	**61**	**67**	**73**	**79**	85	91	**97**	....
2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80	86	92	98	....
3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87	93	99	....
4	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	....
5	**11**	**17**	**23**	**29**	35	**41**	**47**	**53**	**59**	65	**71**	77	**83**	**89**	95	**101**	....
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	....

Tabela 1- Matriz de Bettencourt

Observe também que os falsos primos **múltiplos ímpares de 3** fi**caram isolados** ou eliminados na 3ª linha. Com este artifício Bettencourt mostrou que é possível eliminar cerca de 33,3% dos cálculos quando comparados com a utilização da série numérica 3, 7, 9, 11, 13. normalmente usada nos cálculos do algoritmo hiperbólico.

Considere ainda que nas 1ª e 5ª linhas os números primos e falsos primos encontram-se **intercalados** aparentemente de forma **aleatória** e não existe uma maneira simples de distingui-los. De modo geral se utiliza testes de primalidade para diferencia-los.

Excluindo o número 1 da 1ª linha os demais elementos podem ser facilmente obtidos utilizando a conhecida expressão n=6k+1 com variação para k seguindo a ordem dos números naturais 1, 2, 3.... Já os elementos da 5ª linha podem ser obtidos pela expressão semelhante n=6k-1 com k também variando naturalmente.

Feito este preâmbulo vejamos como encarar o problema da eliminação parcial de falsos primos.

2 Eliminação de falsos primos

Devido à existência de infinitos números primos torna-se evidentemente impossível a tarefa de eliminar todos os falsos primos de uma determinada série numérica. No entanto, como mostrou Bettencourt para o primo 3, é possível fazer a **eliminação parcial** de falsos primos. A possibilidade de estender este conceito (eliminação de falsos primos) para outros primos além do primo 3 torna-se possível desde que se defina previamente um **primo limite ou de referência**. Por exemplo, se escolhermos como primo limite o primo 17 é possível eliminar todos os falsos primos múltiplos de primos até o 17 inclusive. Esta eliminação é chamada de **parcial** porque a série numérica resultante elimina os múltiplos de primos até o primo 17 sem, no entanto, eliminar os primos e falsos primos de primos superiores a 17.
Como **ponto de partida** na criação de séries numéricas para eliminação de falsos primos deve-se **excluir o número 1** existente na primeira linha da matriz de Bettencourt e em seguida **juntar e ordenar de forma crescente** um conjunto **parcial** de elementos das 1ª e 5ª linhas da mesma matriz **(para saber como obter o valor do último elemento desta série parcial consultar a penúltima coluna da tabela 6**), da qual já sabemos, se encontram eliminados os primos 2 e 3 e seus respectivos múltiplos. A esta série assim obtida denominamos de **Série Numérica de Bettencourt** para a qual adotamos a sigla **SNB** correspondente às iniciais de cada palavra que a descreve.
Consideremos agora a série constituída de números primos 2, 3, 5,7, 11, 13, 17...e suponhamos que se queira eliminar parcialmente os falsos primos ou múltiplos de primos até, por exemplo, o primo 13 inclusive. Ao assim procedermos estamos

assumindo que o primo limite (p_{lim}) ou de referência neste caso é o primo13 e os falsos primos a serem eliminados são os múltiplos de todos os primos até o primo 13 inclusive. A série numérica de Bettencourt (SNB) já eliminou automaticamente os falsos primos ou múltiplos de 2 e 3 restando, portanto eliminar os múltiplos ou falsos primos dos primos 5, 7, 11 e 13. As eliminações dos falsos primos múltiplos de 5, 7. 11 e 13 sã0 obtidas dividindo os elementos que compõem a SNB sucessivamente por 5, 7, 11 e 13 e eliminando sucessivamente os números inteiros obtidos de modo a restar nesta nova série numérica **somente** primos superiores a 13 e seus respectivos falsos primos ou múltiplos. À série numérica assim obtida denominamos **S**equência de **P**rimos e **F**alsos **P**rimos para p_{lim13} para a qual, como sigla, adotamos também as iniciais de cada palavra que a descreve: SPFP.

Por exemplo: para p_{lim}=13 tem-se: **SPFP$_{plim13}$.**

A partir daí, estabelecemos o **conceito** de "**S**érie **N**umérica **P**ara **E**liminação de **F**alsos **P**rimos"para qual adotamos da mesma forma como sigla o conjunto de letras correspondentes às iniciais das palavras que a exprimem.

Por exemplo: para $p_{lim=}$13 tem-se: **SNPEFP$_{plim13}$.**

Para definir o conceito, seja dada uma SPFP$_{Plim}$ (obtida a partir de uma SNB) cujos **elementos** foram dispostos de forma crescente numa 1ª coluna de uma tabela.

Função dos elementos desta 1ª coluna, denominamos de **SNPEFP** do primo limite $_{plim}$ ao **conjunto de termos**, dispostos numa 2ª coluna, oriundos da diferença sucessiva de elementos consecutivos da 1ª coluna de modo tal que seu **1º termo** se dê a partir da diferença entre o 2º e 1º elementos da 1ª coluna e o **último termo** num elemento tal da 1ª coluna além do qual a série numérica assim obtida na 2ª coluna volta a se **repetir** de forma **cíclica**. Observe que para distinguir os números da SPFP da SNPEFP designamos os da primeira coluna de **elementos** e os da segunda de **termos.**

Para fixar ideia apresentamos nos próximos itens três exemplos de obtenção de SNPEFPs.

3 Séries numérica para eliminação de falsos primos até o primo 3

Como 1º exemplo, apresentamos na tabela 2 a mais singela das SNPEFP que corresponde à eliminação dos falsos primos para os primos 2 e 3.

Neste caso se utiliza diretamente a SNB já devidamente eliminada dos múltiplos de 2 e 3 e do número 1 da 1ª linha correspondente à SPFP$_3$ e cujos **elementos** estão colocados na 1ª coluna da tabela 2. Nela, os falsos primos múltiplos de2 e 3 não estão presentes, Na 2ª coluna indicamos os **termos** da SNPEFP correspondente, donde o 1ª **termo** é obtido pela diferença entre o 2º e o 1º elementos da 1ª coluna: O 2º termo é obtido pela diferença entre o 3º e o 2º elementos. Os demais termos são obtidos pela diferença de elementos consecutivos da 1ª coluna.

Observe que a sequência de termos 2,4 constitui um **ciclo** que se repete indefinidamente de modo que partindo de 5, ao somarmos 2 obtemos 7 ao somarmos 4 ao 7 obtemos 11 e assim por diante. Então, a partir do 1º elemento (no caso 5), é possível gerar os elementos da 1ª coluna somando cumulativa e sucessivamente os termos 2 e 4 da SNPEFP deduzida que neste caso possui **2 termos por ciclo** sendo que estes ciclos estão separados entre si na tabela 2 por 2 traços contínuos.

Repare que nos elementos da 1ª coluna (SPFP$_3$) não foram eliminados, por exemplo, os falsos primos múltiplos de 5 ou 7, como 25 ou 35.

4 Série numérica para eliminação de falsos primos até o primo 5

Novamente, tomamos como ponto de partida a SPFP$_5$ obtida da SNB da qual se eliminou os falsos primos múltiplos de 5 (observar que os múltiplos de 2 e 3 já foram eliminados anteriormente quando da obtenção das linhas 1 e 5 da matriz de Bettencourt). Os elementos da SPFP$_5$ encontram-se representados na 1ª coluna da tabela 3 cujo 1º elemento é o primo 7. Na segunda coluna encontra-se representada a série numérica que propicia a eliminação dos falsos primos até o primo 5. Ela é obtida pela diferença entre os elementos consecutivos da 1ª coluna. Por exemplo, o 1º termo resulta da diferença entre 11 e 7 (2º e 1º elementos), o 2º termo da diferença entre 13 e 11 (3º e 2º elementos) e assim por diante.

SNPEFP para o primo 3

Elementos	Termos
5	-
7	2
11	4
13	2
17	4
19	2
23	4
25	2
29	4
31	2
35	4

Tabela 2

Observe que a partir do 8º termo a sequência de termos volta a se repetir de modo a formar **blocos de 8 termos** que se repetem indefinidamente. Partindo do primo 7 somamos cumulativa e sucessivamente os elementos 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, 6 e obtemos 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31. 37. A partir daí, o ciclo volta a se repetir. O 1º elemento do 2º bloco é obtido somando 4 ao 37 e assim por diante. Repare que nos números da 1ª coluna ($SPFP_5$) não aparece qualquer falso primo múltiplo de 3 ou 5 e que os falsos primos múltiplos de primos superiores a 5 estão ali presentes, como por exemplo, 49 (múltiplo de 7) ou 143 (múltiplo de 11). Observe também que os sucessivos ciclos estão separados por dois traços contínuos.

5 Série numérica para eliminação de falsos primos até o primo 7

Novamente, tomamos como ponto de partida a SNB da qual se eliminou os falsos primos múltiplos de 5 e 7 obtendo-se a $SPFP_7$ cujos elementos agrupados e ordenados de forma crescente encontram-se representados na 1ª e 3ª colunas da tabela 4 tendo como primeiro elemento o primo 11 seguido do próximo elemento da série que é o primo 13. Na segunda e quarta colunas encontra-se representada a série numérica que propicia a eliminação dos falsos primos múltiplos de2, 3, 5 e 7. Ela é obtida por diferença entre os elementos consecutivos da 1ª e 3ª colunas. Por exemplo, o 1º termo resulta da diferença entre 13 e 11, o 2º termo da diferença entre 17 e 13 e assim por diante.

Observe que o 1º ciclo vai do número 13 ao 221 e o 2º ciclo do número 223 ao 431. Ambos possuem um **total de 48 termos**. As 2ª e 4ª colunas são idênticas e correspondem à série que permite eliminar os múltiplos de 3, 5 e 7. Note que os múltiplos de 3, 5 e 7 como, por exemplo, 21, 25 e 49 não mais fazem parte da $SNFP_7$ enquanto que os múltiplos de primos superiores a 7, como por exemplo, 121 (11*11) e 169 (13*13) estão ali presentes. Portanto, partindo do primo 11 e somando cumulativa e sucessivamente os termos correspondentes da 2ª coluna vamos obter os elementos correspondentes da 1ª coluna. O 1º elemento da 3ª coluna (223) é obtido somando ao último elemento 221 da 1ª coluna o 1º termo 2 da 4ª coluna. Este processo se repete indefinidamente.

Enfatizando mais uma vez, observe que nas tabelas 2, 3 e 4 cada ciclo que se repete está separado do seu antecessor por **duas linhas contínuas**.

SNPEFP respectivamente:

De primos até 5

Elementos	Termos
7	
11	4
13	2
17	4
19	2
23	4
29	6
31	2
37	6
41	4
43	2
47	4
49	2
53	4
59	6
61	2
67	6
71	4
73	2
77	4
79	2
83	4
89	6
91	2
97	6
101	4
103	2
107	4
109	2
113	4
119	6
121	2
127	6
131	4
133	2
137	4
139	2
143	4
149	6
151	2
157	6

Tabela 3

De primos até 7

Elementos	Termos
11	
13	2
17	4
19	2
23	4
29	6
31	2
37	6
41	4
43	2
47	4
53	6
59	6
61	2
67	6
71	4
73	2
79	6
83	4
89	6
97	8
101	4
103	2
107	4
109	2
113	4
121	8
127	6
131	4
137	6
139	2
143	4
149	6
151	2
157	6
163	6
167	4
169	2
173	4
179	6
181	2
187	6
191	4
193	2
197	4
199	2
209	10
211	2
221	10

Elementos	Termos
223	2
227	4
229	2
233	4
239	6
241	2
247	6
251	4
253	2
257	4
263	6
269	6
271	2
277	6
281	4
283	2
289	6
293	4
299	6
307	8
311	4
313	2
317	4
319	2
323	4
331	8
337	6
341	4
347	6
349	2
353	4
359	6
361	2
367	6
373	6
377	4
379	2
383	4
389	6
391	2
397	6
401	4
403	2
407	4
409	2
419	10
421	2
431	10

Tabela 4

6 SNPEFPs para primos superiores a 7

Procuramos ser o mais didático possível nestas três primeiras SNPEFPs.
Além das SNPEFPs de primos inferiores ou igual a 7 determinamos as SNPEFPs dos primos 11, 13 , 17 e 19 que deixamos de apresentar neste artigo devido a crescente quantidade de termos nelas contida. Elas foram obtidas de forma semelhante ao exposto para os primos 3, 5 e 7 e não apresentam maior dificuldade de elaboração desde que sejam seguidas **as instruções utilizadas nestes três exemplos e as informações complementares constantes da tabela 8**. Os pesquisadores porventura interessados em conhecê-las poderão solicitar o envio das mesmas, através de mídia eletrônica pelo e-**mail: dtufaile@uol.com.br**.

7 Influência da eliminação de falsos primos na verificação da primalidade ou decomposição de um dado número inteiro.

Agrupados na tabela 5 indicamos na 2ª coluna a quantidade de termos de cada série numérica propiciadora da eliminação de falsos primos para primos limites de 3 até 37. Nela podemos observar um crescente número de termos à medida que o primo limite cresce.
Estes números sugerem a existência de um crescimento não linear do número de termos das SNPEFPs à medida em que o módulo do primo limite cresce.
A última coluna fornece o percentual de eliminação de falsos primos. Um gráfico de tendência **preliminar** desta variação porcentual (seria necessário obter mais pontos da curva para se estabelecer uma **tendência mais precisa**) sugere a existência de uma provável curva logarítmica assíntota à ordenada 100%. Lembrar que por maior que seja o primo limite utilizado para elaborar a SNPEFP sempre haverá primos e falsos primos superiores aos primos limites adotados.
A influência da eliminação de falsos primos na verificação da primalidade ou da decomposição de um número inteiro pode ser medida a partir das tabelas 2, 3, 4 e das tabelas existentes na forma de mídia eletrônica (passíveis de serem fornecidas, conforme informado ao fim do item 6). No que se segue, supôs-se que os testes de primalidade dos primos, para os quais se pretende estabelecer a eliminação dos respectivos falsos primos, já tenham sido feitos. Assim, para primos até 3, podemos através da tabela 2 selecionar um dado intervalo ou ciclo completo a partir do qual as operações voltam a se repetir da mesma maneira e quantificar esta influência. Por exemplo, tomando o intervalo 19, 23 da tabela 2 notamos que o falso primo 21 foi eliminado. Como originalmente existiam 3 elementos e o intervalo ou ciclo completo 19, 23 só tem 2 elementos deduzimos daí que resulta para cada ciclo uma redução de 33,34% nos cálculos.

Para o primo 5, podemos, através da tabela 3, selecionar um dado intervalo ou ciclo completo a partir do qual as operações voltam a se repetir e da mesma maneira quantificar esta influência. Tomemos, por exemplo, o intervalo ou ciclo completo 41 a 67. O número de termos para este intervalo é 8. No mesmo intervalo, se tomarmos os números impares ali contidos, teremos a sequência 41, 43, 45, 47........, 63, 65, 67 que perfaz um total de 14 unidades. Logo, a quantidade de cálculo eliminada por ciclo é dada pela diferença de 14 por 8 o que resulta em 6 ou ainda em termos percentuais:

$$100*(14-8)/14 = 42,85\%$$

Raciocinando da mesma forma para o primo 7, tomemos o 1º intervalo ou ciclo completo da tabela 4 que vai de 13 a 221 num total de 48 elementos. No mesmo intervalo temos a seguinte sequência de números ímpares: 13, 15, 17, 19, 21, ...217, 219, 221 que perfaz um total de 105 unidades.
Então, para primos até 7, inclusive, temos o seguinte ganho de operações por ciclo: 105 – 48 = 57, ou em termos percentuais:

$$100* (105 – 57) /105 = 45,71\%.$$

Para os demais primos os percentuais indicados na 5ª coluna da tabela 5 foram obtidos de forma análoga aos exemplos que acabamos de apresentar.

Primo Limite	Quantidade de termos da SNPEFP contidos num ciclo	Quantidade de elementos ímpares contidos num ciclo	Quantidade de falsos primos eliminados em cada ciclo	Percentual de falsos primos eliminados em relação à quantidade de números ímpares num mesmo ciclo
3	**2**	**3**	**1**	**33,34**
5	**8**	**14**	**6**	**42,85%**
7	**48**	**105**	**57**	**45,71%**
11	**480**	**1.154**	**674**	**54,28%**
13	**5760**	**15.015**	**9255**	**61,64%**
17	**92.160**	**255.254**	**163.094**	**63,89%**
19	**1.658.880**	**4.849.831**	**3.190.951**	**65,79%**
23	**36.495.360**	**111.546.435**	**75.051.075**	**67,28%**
29	**1.021.870.080**	**3.234.846.599**	**2.212.976.519**	**68,41**
31	**30.656.102.400**	**100.280.245.066**	**69.624.142.666**	**69,43%**
37	**1.103.619.686.400**	**3.710.369.067.405**	**2.606.749.381.005**	**70,26%**

Tabela 5

8 Lei de formação das SNPEFPs consecutivas (conjunto de propriedades, regras e expressões para obtê-las)

Na tabela 6 apresentamos um conjunto de propriedades, regras e expressões que permitem a obtenção, de forma consecutiva, de SNPEFPs a partir **das grandezas estabelecidas** para as SNPEFPs dos primos **3 e 5**.
1ª coluna - Números primos: primos variando de 3 a 37 (Notar que para além do primo 37 os PCs atuais não permitem calcular com exatidão as grandezas que ultrapassam 15 dígitos e por esta razão limitamos a apresentação das grandezas a este primo).
2ª coluna – Quantidade de termos contida em cada ciclo. Corresponde à **1ª propriedade**: as grandezas desta coluna são obtidas a partir da linha do primo 5 multiplicando o valor da quantidade de termos da linha anterior da mesma coluna pela relação entre quantidades de termos da mesma linha da coluna seguinte. Por exemplo, para o primo 5 o valor 8 é obtido pelo produto de 2 da linha anterior da mesma coluna por 4 da segunda linha da terceira coluna e assim por diante.
3ª coluna - Relação entre quantidade de termos de ciclos consecutivos. Corresponde à **2ª propriedade**: as grandezas desta coluna podem ser obtidas a partir do primo 5 subtraindo a unidade aos primos das respectivas linhas. .

4ª coluna – Quantidade de números ímpares contida em cada ciclo.

5ª coluna – Quantidade de falsos primos eliminados em cada ciclo.

6ª coluna - Somatório dos termos contidos num ciclo: grandeza obtida pelo **fatorial** do respectivo primo. Por exemplo: O somatório dos termos para o primo 7 vale: 7_p!
O índice $_p$ indica o fatorial de um número primo, isto é, o produto de 7 por todos os primos que o antecedem: 7*5*3*2 = 210.

7ª coluna - Relação entre somatórios de termos consecutivos R: corresponde à **3ª propriedade**: O valor R desta relação é igual ao primo da mesma linha localizado na 1ª coluna.
8ª coluna - Elemento inicial (Ei) da $SPFP_{plim}$ é sempre o 1º primo que sucede o primo limite correspondente. Exemplo: para o primo 11 o elemento inicial é o primo 13

9ª coluna – E_f =Elemento final da $SPFP_{plim}$ =n_{plim}! +E_i (elemento inicial).
Exemplo: o elemento final para a SPFP do primo 17 é igual a 510510 +19 = 510529.
Esta expressão é útil para determinar até onde se deve gerar números na SNB para obtenção da respectiva SPFP.
10ª coluna - Formato do arranjo de termos indicativo do final de um ciclo x,2,x:

Lei de formação de SNPEFPs consecutivas				
1 - Primo limite = p_{lim}	**2 - Quantidade de termos contida em cada ciclo**	**3 - Relação entre quantidades de termos de ciclos consecutivos**	**4 - Quantidade de elementos impares contida em cada ciclo**	**5 - Quantidade de falsos primos eliminados em cada ciclo**
3	2	.	3	1
5	8	4	14	6
7	48	6	105	57
11	480	10	1.155	675
13	5.760	12	15.015	9.255
17	92.160	16	255.255	163.095
19	**1.658.880**	**18**	**4.849.485**	**3.190.965**
23	**36.495.360**	**22**	**111.546.435**	**75.051.075**
29	**1.021.870.080**	**28**	**3.234.846.615**	**2.212.976.519**
31	**30.656.102.400**	**30**	**100.280.245.065**	**69.624.142.666**
37	**1.103.619.686.400**	**36**	**3.710.369.067.405**	**2.606.749.381.005**

Tabela 6

Lei de formação de SNPEFPs consecutivas					
1 - Primo limite = p_{lim}	**6 - Somatória dos termos contidos num ciclo igual a S_{tc} = n_{plim}!**	**7 - Relação entre somatórias de termos consecutivos R**	**8 - Elemento inicial da $SPFP_{plim}$ = E_i**	**9 - Elemento final da $SPFP_{plim}$ = n_{plim}! + E_i**	**10 - Formato do arranjo de termos indicativo do final de um ciclo: x,2,x**
3	6	.	5	11	.
5	30	5	7	37	6,2,6
7	210	7	11	221	10,2,10
11	2.310	11	13	2323	12,2,12
13	30.030	13	17	30047	16,2,16
17	510.510	17	19	510529	18,2,18
19	**9.699.690**	**19**	**23**	**9.699.713**	**22,2,22**
23	**223.092.870**	**23**	**29**	**223.092.899**	**28,2,28**
29	**6.469.693.230**	**29**	**31**	**6.469.693.261**	**30,2,30**
31	**200.560.490.130**	**31**	**37**	**200.560.490.167**	**36,2,36**
37	**7.420.738.134.810**	**37**	**41**	**7.420.738.134.851**	**40,2,40**

Tabela 6 - continuação

Existem variadas formas de determinar qual é o último termo de um dado ciclo, que no mais das vezes é tarefa extenuante em particular quando o valor do primo limite é relativamente elevado. Aqui aparece a **4ª propriedade** que facilita enormemente esta

tarefa: Excetuada a SNPEFP do primo três que possui somente 2 termos, as demais apresentam um **arranjo singular**, **ao final de cada ciclo**, no qual os **3 últimos termos** tem o formato **x, 2, x** (onde $x=E_i$ -1) e cuja ocorrência se dá justamente uma **única** vez.
Exemplo:
Seja determinar os 3 últimos termos da SNPEFP para o primo limite 13.
O formato do arranjo é x,2,x . Pela tabela 6, na linha correspondente ao primo 13 o valor de x é obtido subtraindo de E_i (elemento inicial), a unidade. No caso, o elemento inicial é 17, portanto x = 17 -1 = 16. Logo o formato do arranjo é 16, 2, 16 que corresponde aos últimos três termos da SNPEFP do primo 13.

Enfatizamos que até o primo 19 os cálculos apresentados foram elaborados na íntegra. A **partir do primo 19**, ver na tabela 6 as linhas assinaladas em **negrito**, os valores foram obtidos por **indução** pela observação direta do comportamento das grandezas determinadas nas linhas anteriores de modo que, apesar da **evidência** da **veracidade** das expressões e propriedades apresentadas, os valores assim obtidos devem sujeitar-se à futura **verificação** ou confirmação.
Apesar de ser mais fácil a obtenção de uma SNPEFP de um primo limite qualquer através de SNPEFPs consecutivas nada impede que ela seja obtida de forma independente.
Ao decidirmos criar uma determinada SNPEFP vimos no item 2 que surge o problema de determinar até que **número mínimo** (elemento final da SPFP) devemos gerar para se obter a SNB a partir da qual possa ser, por sua vez, gerada a SPFP correspondente.
Vejamos através de um exemplo como obter o **valor** deste número mínimo.
De acordo com a coluna nove da tabela 6 o elemento final de uma SPFP é dado pela **soma** do fatorial do primo limite escolhido ao próprio primo limite.
Por exemplo: Suponha que queiramos determinar o elemento final para p_{lim} = 43. Então o elemento final E_f da $SPFP_{43}$ é dado por
E_f=43*41*37*31*29*23*19*17*13*11*7*5*3*2+43 e portanto
E_f = 422.024.559.086.130+43 E_f = 422.024.559.086.173

9 Observações importantes sobre SNPEFP

Há ainda duas observações importantes derivadas do estudo das SNPEFPs.
A primeira diz respeito à **impossibilidade** de enquadrar a sequência de números primos numa **fórmula** que os represente. Isto fica **evidente** quando observamos as regras para obtenção das SNPEFPs. Como sempre haverá primos acima de um dado primo limite, em decorrência, sempre haverá concomitantemente falsos primos múltiplos de primos superiores ao primo limite. Já uma SNPEFP de um primo limite qualquer apresenta, ainda que como **função descontínua**, **periodicidade** e é **passível** de ser descrita através da **função ressalto** ou delta de **Dirac** (**Paul Dirac – matemático britânico * 08//1902 + 20/10/1984**)
A segunda se refere **à conjectura** da existência de **infinitos pares de primos gêmeos** (primos consecutivos cuja diferença é igual a dois). Até a $SNPEFP_{19}$ que desenvolvemos integralmente observa-se a presença generalizada desta formação. Independente disto, de acordo com a lei de formação de SNPEFPs consecutivas esta situação ocorre pelo menos uma vez ao final de cada ciclo. Observar pela 10ª coluna da tabela 8 que o formato do arranjo de termos indicativo do final de cada ciclo tem a forma x,2,x onde, **aleatoriamente**, o 2 existente neste arranjo pode ser a diferença entre dois primos, dois falsos primos ou ainda um primo e um falso primo. Como esta **periodicidade** se estende ao **infinito** e que também de forma aleatória sempre haverá a possibilidade de esta combinação ser de dois primos, conclui-se que a quantidade de primos gêmeos também deve ser infinita.

10 Bibliografia

(1) **Tufaile,** Damer: Goldbach: A conjectura que virou corolário. www.damer.tufaile.nom.br

(2) **Bettencourt**, Emanuel: Conjectura de Goldbach – Como encontrar números primos. http://aconjecturadegoldbach.blogspot.com.br/2009/02/licao-n-2.html

(3) **Guedes**, Eric Campos Bastos Fórmulas para números primos – Eric Campos Bastos Guedes – Rio de Janeiro .Sociedade Brasileira de Matemática, 2008, 89 p.